



**Zadania na XIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejona  
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap rejonowy

16 marca 2013 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Rozwiąż w zbiorze liczb rzeczywistych równanie:

$$x^4 + 8x^3 + 28x^2 + 32x + y^2 + 4xy + 16 = 0.$$

2. Wykaż, że dla dowolnych liczb  $a, b, c$ , spełniających warunek  $abc > 0$ , zachodzi:

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc} \geq a + b + c.$$

3. Wyznacz wszystkie wartości  $a$  i  $b$  dla których wielomian

$$W(x) = x^4 + ax^2 + 8x + b$$

ma pierwiastek trzykrotny.

4. W trójkącie o danym polu  $P$  podzielono każdy bok na trzy równe części i połączono odcinkami punkty podziału co drugi, tworząc dwa trójkąty. Oblicz pole sześciokąta będącego częścią wspólną tych trójkątów.
5. Udowodnij, że jeżeli liczby  $x, y, z$  są liczbami całkowitymi i liczba  $x + y + z$  jest podzielna przez 6, to liczba  $x^3 + y^3 + z^3$  jest również podzielna przez 6.

Powodzenia!